**Lekcja 23 (21.04 wtorek)**

**Temat Pierwiastek wielokrotny.**

Liczba x0  jest pierwiastkiem wielomianu |w,  jeśli wielomian ten jest podzielny przez dwumian x − x0.  Pierwiastek x0  jest k -krotny ( k  jest pewną liczbą naturalną), jeśli wielomian |w  jest podzielny przez |(x− x )k, 0  ale nie dzieli się przez |(x− x )k+1. 0  Na przykład dla wielomianu  3 2 |w= x (x + 2)(x − 1)  pierwiastek |x1 = 0  jest trzykrotny, x2 = −2  jest dwukrotny, x3 = 1  jest jednokrotny.

Wykonaj samodzielnie po dwa przykłady z zad 5.119 – 5.122

**Lekcja 24 (21.04wtorek),25(22.04środa)**

**Temat: Rozkład wielomianu na czynniki.**

Do rozkładania wielomianów na iloczyn czynników najczęściej stosujemy takie metody jak:

* wyciąganie wspólnego czynnika przed nawias,
* wzory skróconego mnożenia,
* deltę (Δ),
* grupowanie wyrazów.

**Metoda wyciągania wspólnego czynnika przed nawias**

Przed nawias możemy wyciągać zarówno liczbę jak i literkę, która występuje w każdym z [jednomianów](https://www.matemaks.pl/jednomiany.html) tworzących wielomian.

Rozkładając wielomian na czynniki zawsze zaczynamy od sprawdzenia, czy nie da się wyciągnąć wspólnego czynnika przed nawias ze wszystkich jednomianów.

Metoda wyciągania wspólnego czynnika przed nawias została zilustrowana na poniższych przykładach.

**Przykład 1.**

Rozłóż wielomian W(x)=x2−7x na czynniki.

Rozwiązanie:

Wspólnym czynnikiem każdego z dwóch jednomianów tworzących ten wielomian jest x.  
Wyciągamy go przed nawias:

W(x)=x2−7x=x(x−7)

**Przykład 2.**

Rozłóż wielomian W(x)=7x3+21x na czynniki.

Rozwiązanie:

Wspólnym czynnikiem każdego z dwóch jednomianów tworzących ten wielomian jest7x.  
Wyciągamy go przed nawias:

W(x)=7x3+21x=7x(x2+3)

**Przykład 3.**

Rozłóż wielomian W(x)=4x3+6x2 na czynniki.

Rozwiązanie:

Wspólnym czynnikiem każdego z dwóch jednomianów tworzących ten wielomian jest2x2.  
Wyciągamy go przed nawias:

W(x)=4x3+6x2=2x2(2x+3)

**Uwaga!** Jeżeli chcemy upewnić się, że dobrze wyciągnęliśmy wspólny czynnik przed nawias, to wystarczy, że wymnożymy czynniki, np.:

W(x)=2x2(2x+3)=2x2⋅2x+2x2⋅3=4x3+6x2

**Przykład 4.**

Rozłóż wielomian W(x)=9x3−3x2+18x na czynniki.

Rozwiązanie:

Wspólnym czynnikiem każdego z trzech jednomianów tworzących ten wielomian jest3x.  
Wyciągamy go przed nawias:

W(x)=9x3−3x2+18x=3x(3x2−x+6)

**Przykład 5.**

Rozłóż wielomian W(x)=10x5−2x4+4x3+12x2 na czynniki.

Rozwiązanie:

Wspólnym czynnikiem każdego z czterech jednomianów tworzących ten wielomian jest2x2.  
Wyciągamy go przed nawias:

W(x)=10x5−2x4+4x3+12x2 =2x2(5x3−x2+2x+6)

**Metoda wzorów skróconego mnożenia.**   
Podczas rozkładania wielomianów na czynniki najczęściej wykorzystujemy wzór:

a2−b2=(a−b)(a +b)

Dla przypomnienia wypiszmy i ponumerujmy najczęściej stosowane wzory skróconego mnożenia:

1. **Kwadrat sumy**  (a +b)2 = a2 + 2ab + b2

**2. Kwadrat różnicy** - (a-b)2 = a2 - 2ab + b2

**3. Różnica kwadratów** - a2-b2=(a-b) (a +b)

**4. Różnica sześcianów** - a3 - b3 = (a - b) (a2 + ab + b2)

**5. Suma sześcianów** - a3 + b3 = (a +b) (a2 - ab + b2)

**6.Sześcian sumy** - (a +b)3 = a3 + 3a2b + 3ab2 + b3  
  
**7.Sześcian różnicy** - (a-b)3 = a3 - 3a2 b + 3ab2 - b3  
  
  
**Kwadrat sumy trzech składników** - (a+b+c)2 = a2 + b2 + c2 + 2ab + 2ac + 2bc

**Przykład 6.**

Rozłóż wielomian W(x)=x2−9 na czynniki stosując wzory skróconego mnożenia.

Rozwiązanie:

Stosujemy wzór (3):

W(x)=x2−9=(x−3)(x+3)

**Przykład 7.**

Rozłóż wielomian W(x)=x2−36 na czynniki stosując wzory skróconego mnożenia.

Rozwiązanie:

Stosujemy wzór (3):

W(x)=x2−36=(x−6)(x+6)

**Przykład 8.**

Rozłóż na czynniki wielomian W(x)=x2+6x+9.

Rozwiązanie:

Stosujemy wzór (1):

W(x)=x2+6x+9=(x+3)2

**Przykład 9.**

Rozłóż na czynniki wielomian W(x)=x2−10x+25.

Rozwiązanie:

Stosujemy wzór (2):

W(x)=x2−10x+25=(x−5)2

**Przykład 10.**

Rozłóż na czynniki wielomian W(x)=x3−27.

Rozwiązanie:

Stosujemy wzór (4):

W(x)=x3−27=(x−3)(x2+3x+9)

**Przykład 11.**

Rozłóż na czynniki wielomian W(x)=x3−16x.

Rozwiązanie:

W tym przykładzie możemy wyciągnąć wspólny czynnik przed nawias, więc zaczynamy od wykonania tego kroku:

W(x)=x3−16x=x(x2−16)

Teraz do wyrażenia w nawiasie stosujemy wzór (3):

W(x)=x(x2−16)=x(x−4)(x+4)

**Przykład 12.**

Rozłóż na czynniki wielomian W(x)=4x4−36x2.

Rozwiązanie:

W tym przykładzie możemy wyciągnąć wspólny czynnik przed nawias, więc zaczynamy od wykonania tego kroku:

W(x)=4x4−36x2=4x2(x2−9)

Teraz do wyrażenia w nawiasie stosujemy wzór (3):

W(x)=4x2(x2−9)=4x2(x−3)(x+3)

**Metoda delty.**

Metodę delty stosujemy do rozkładania na czynniki wyrażeń drugiego stopnia. W prostych przypadkach można posługiwać się wzorami skróconego mnożenia, np.:

x2−4=(x−2)(x+2)

W bardziej złożonych przykładach, np.: x2−x−6, ciężko jest zastosować wzory skróconego mnożenia i wtedy stosujemy metodę delty.

Metoda delty - to zamiana postaci ogólnej wyrażenia kwadratowego na postać iloczynową.

Przypomnijmy jak robimy taką zamianę.  
Załóżmy, że mam do rozłożenia na czynniki następujący wielomian drugiego stopnia:

W(x)=ax2+bx+c

Na początku liczymy deltę korzystając ze wzoru:

Δ=b2−4ac

Mogą zajść trzy przypadki:

* Jeżeli delta wyszła mniejsza od zera, to rozkład na czynniki nie istnieje.
* Jeżeli delta wyszła większa od zera, to istnieją miejsca zerowe wielomianu i możemy je obliczyć korzystając ze wzorów:

x_1 = \frac{-b- \sqrt{ \Delta } }{2a} x_2 = \frac{-b+ \sqrt{ \Delta } }{2a}

Postać iloczynowa wygląda wówczas tak:

W(x)=a(x−x1)(x−x2)

* Jeżeli delta wyszła równa zero, to istnieje jedno miejsce zerowe i możemy je obliczyć ze wzoru:

2x1=

Postać iloczynowa wielomianu wygląda wówczas tak:

W(x)=a(x−x1)2

**Przykład 13.**

Rozłóż na czynniki wielomian W(x)=x2−x−6.

Rozwiązanie:

Zacznijmy od wypisania współczynników a, b, c:

a=1 b=−1 c=−6

Teraz liczymy deltę:

Δ=(−1)2−4⋅1⋅(−6)=1+24=25

Delta wyszła większa od zera, zatem mamy dwa miejsca zerowe:

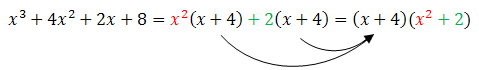
x1=3 x2= - 2

Zapisujemy postać iloczynową:

W(x)=1⋅(x−3)(x−(−2))=(x−3)(x+2)

**Metoda grupowania wyrazów**

Metodę grupowania wyrazów stosujemy najczęściej do rozkładania na czynniki wielomianów stopnia czwartego oraz wyższych.

Można powiedzieć, że jest to rozszerzenie [metody wyciągania wspólnego czynnika przed nawias](https://www.matemaks.pl/podstawowe-sposoby-rozkladu-wielomianu-na-czynniki.html#metoda_wyciagania_wspolnego_czynnika).  
Jeżeli np. we wzorze wielomianu występują 4 wyrazy, to możemy wyciągnąć przed nawias wspólny czynnik tylko z pierwszych dwóch wyrazów, a następnie wspólny czynnik z wyrazu trzeciego i czwartego. Spójrzmy na poniższy przykład:  
https://www.matemaks.pl/grafika/wielomiany/rozklad-wielomianu-na-czynniki/metoda_grupowania_p1.pngW tym przykładzie zgrupowaliśmy pierwszy wyraz z drugim, a trzeci z czwartym. Następnie w ramach każdej grupy wyciągnęliśmy wspólny czynnik przed nawias.  
Z pierwszych dwóch wyrazów wyciągnęliśmy przed nawias wspólny czynnik x2, a z ostatnich dwóch wyrazów wyciągnęliśmy przed nawias liczbę 2. Tak się szczęśliwie złożyło, że w obu nawiasach pojawiło się to samo wyrażenie x+4. Dzięki temu można teraz wyciągnąć cały taki nawias przed nawias:  


W ten sposób rozłożyliśmy wielomian trzeciego stopnia na iloczyn czynników (nawiasu (x2+2) nie da się już bardziej rozłożyć, choćby dlatego, że delta dla niego wychodzi ujemna).

**Przykład 14.**

Rozłóż na czynniki wielomian W(x)=5x3+10x2+2x+4.

Rozwiązanie:

Grupujemy pierwszy wyraz z drugim, a trzeci z czwartym:

W(x)=5x3+10x2+2x+4==5x2(x+2)+2(x+2)==(x+2)(5x2+2)

Z pierwszych dwóch wyrazów wyciągnęliśmy przed nawias wspólny czynnik 5x2.  
Z ostatnich dwóch wyrazów wyciągnęliśmy przed nawias liczbę 2.  
W obu nawiasach otrzymaliśmy to samo wyrażenie (x+2), które następnie wyciągnęliśmy przed nawias. Ostatecznie otrzymaliśmy postać iloczynową wielomianu:

W(x)=(x+2)(5x2+2)

Uwaga! Należy jeszcze upewnić się, czy drugiego nawiasu nie da się rozłożyć na czynniki

 1-szego stopnia. Liczymy w tym celu deltę:

Δ=02−4⋅5⋅2=−40<0

Delta wyszła ujemna, czyli nie istnieje rozkład nawiasu (5x2+2) na czynniki pierwszego stopnia.

**Przykład 15.**

Rozłóż na czynniki wielomian W(x)=x3+2x2−9x−18.

Rozwiązanie:

Grupujemy pierwszy wyraz z drugim, a trzeci z czwartym:

W(x)=x3+2x2−9x−18==x2(x+2)−9(x+2)==(x+2)(x2−9)==(x+2)(x−3)(x+3)

W tym przykładzie drugi nawias można było rozłożyć na iloczyn czynników liniowych stosując wzór skróconego mnożenia. Ostatecznie otrzymaliśmy postać iloczynową wielomianu:

W(x)=(x+2)(x−3)(x+3)

**Rozwiąż samodzielnie po 1 przykładzie z zad od 5.136 – 5.148 i wyślij mi na Messengerze do 27.04.2020.**

**Lekcja 26,27 (23.04,24.04)**

**Temat: Równania wielomianowe.**

<https://epodreczniki.pl/a/rownania-stopnia-trzeciego-w-postaci-iloczynu/DocdIbQ7d>

przeanalizuj lekcję

temat drugiej godziny na naszej grupie

**Lekcja28 (24.04)**

**Temat: Zadania prowadzące do równań wielomianowych**

Lekcja szczegółowa na naszej grupie

**Lekcja 29 (24.04)**

**Temat: Równania wielomianowe z parametrem**

Lekcja szczegółowa na naszej grupie